

## بررسی میزان انطباق کتاب درسی ریاضی پایه نهم با مسائل دنیای واقعی

محمد ابراهیمی علویجه\*

دکتر نرگس یافتیان\*\*

### چکیده

آموزش از دیرباز و در همه جوامع از مقولات و درگیریهای عمده بوده است، اما در دوره‌های زمانی و جوامع گوناگون هدف از آموزش می‌تواند متفاوت باشد. امروزه و به‌ویژه در ایران هدف از آموزش، تربیت نسلی است که از عهده حل مشکلات و مسائل پیرامونی برآید. به طور خاص هدف از آموزش ریاضی توانایی به‌کارگیری آموخته‌های ریاضی مدرسه در زندگی واقعی است. این توانایی در اکثر جوامع با نام سواد ریاضی خوانده شده و به صورت دوره‌ای و هر سه سال یک‌بار از سوی سازمان همکاری و توسعه اقتصادی با مطالعه پیزا بررسی می‌شود. پژوهش حاضر به روش توصیفی، تحلیلی- تطبیقی با هدف مقایسه مسائل منتشر شده مورد استفاده در آزمون مطالعه پیزا با مسائل و تمرینهای کتاب ریاضی پایه نهم چاپ سال ۱۳۹۵ و بررسی میزان انطباق آنها با یکدیگر انجام شده است. ابزار این پژوهش جدولهای محقق‌ساخته دسته‌بندی مسائل است که برای اعتبار صوری و محتوایی آن از نظرات دبیران با سابقه ریاضی و صاحب‌نظران استفاده شده است. جامعه آماری پژوهش کتاب ریاضی پایه نهم چاپ سال ۱۳۹۵ و نمونه بخشهای مربوط به هندسه در این کتاب است. نتایج این پژوهش نشان می‌دهد که اگرچه مسائل دنیای واقعی در فصلهای مربوط به هندسه در کتاب مورد بحث وجود دارد، اما این مسائل در کتاب پاسخ داده شده است و عملاً دانش‌آموزان به شکلی بسیار محدود حل این نوع مسائل را تمرین می‌کنند. نتایج این پژوهش می‌تواند در بازبینی و تنظیم مواد آموزشی مناسب برای کتابهای درسی و رفع کاستیهای کتابهای تازه تألیف به مؤلفان کمک کند.

کلید واژگان: سواد ریاضی، کتاب ریاضی پایه نهم، مطالعه پیزا

تاریخ پذیرش: ۹۷/۲/۵

تاریخ دریافت: ۹۶/۲/۱۹

Ebrahimi.mohamad20@gmail.com

\* کارشناس ارشد آموزش ریاضی، دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی (نویسنده مسئول)

yafatian@srutu.edu

\*\* استادیار گروه ریاضی، دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی

## مقدمه

آموزش و پرورش از مهم‌ترین موضوعات جوامع امروزی است که اهداف آن در هر جامعه متفاوت است. شورای ملی معلمان ریاضی<sup>۱</sup> (۲۰۰۰) بر این باور است که یک برنامه درسی ریاضی مفید و مؤثر، باید متمرکز باشد روی ریاضیاتی که دانش‌آموزان را برای حل مسائل واقعی در موقعیتهای گوناگون مدرسه‌ای آماده کند. در سند برنامه درسی ملی ایران نیز یکی از اهداف اساسی آموزش ریاضیات به‌کارگیری ریاضی برای حل مسائل روزمره چنین عنوان شده است:

«وجه مهم ریاضی توانمندسازی انسان برای توصیف دقیق موقعیتهای پیچیده، پیش‌بینی و کنترل وضعیتهای ممکن مادی طبیعی، اقتصادی و اجتماعی است. بنابراین، توانایی به‌کارگیری ریاضی در حل مسائل روزمره و انتزاعی، از اهداف اساسی آموزش ریاضی می‌باشد (برنامه درسی ملی جمهوری اسلامی ایران، ۱۳۹۱: ۳۳).»

کاربردی بودن برنامه درسی ریاضی همواره از اهداف اساسی نظام آموزشی ایران بوده است. علاوه بر هدف‌گذاری سند برنامه درسی ملی کشورمان که در بالا اشاره شد، در نخستین برنامه درسی ملی نیز به کاربردی بودن یا زمینه‌مدار بودن اشاره شده است (گویا، ۱۳۹۰). پیش از این نیز دانشمندان ایرانی در دوران طلایی تمدن ایرانی-اسلامی بر کاربردی بودن مفاهیم و آموزشهای ریاضی اشاره داشته‌اند (گویا، ۱۳۸۹). همچنین مدقالچی، یکی از مؤلفان کتابهای درسی ریاضی در شروع تغییر نظام جدید متوسطه در سال ۱۳۷۱، در میزگرد هیئت تحریریه مجله رشد آموزش ریاضی اظهار می‌دارد که در تدوین کتابهای نظام جدید متوسطه، جنبه‌های عمومی بودن و کاربردی بودن، موردنظر مؤلفان می‌باشد (میزگرد هیئت تحریریه مجله رشد آموزش ریاضی، ۱۳۷۵).

همان‌طور که بیان شد کاربردی بودن و تربیت افرادی با توانایی حل مسائل دنیای واقعی با استفاده از ریاضیاتی که در مدارس می‌آموزند از جمله اهداف اساسی آموزش ریاضیات در نظام آموزشی ایران بوده است. در اکثر جوامع آموزشی این توانایی را سواد ریاضی<sup>۲</sup> می‌نامند (اخوسه<sup>۳</sup>، ۲۰۱۱). از دیدگاه شورای ملی معلمان ریاضی (۱۹۸۹):

«برای با سواد شدن از نظر ریاضی، دانش‌آموزان باید بیش از حساب بدانند. ایشان باید شاخه‌های مهمی از ریاضیات همچون اندازه‌گیری، هندسه، آمار، احتمال و جبر را بیاموزند. شاخه‌های گوناگون ریاضی در رشته‌ها و مشاغل گوناگون، کاربرد و اهمیت روزافزون و درحال رشدی دارند (ص ۱۸).»

1. National Council of Teachers of Mathematics (NCTM)

2. Mathematical literacy

3. Ojose

اصطلاح سواد ریاضی که از سوی سازمان همکاری و توسعه اقتصادی رایج شده است (دو لانگه<sup>۱</sup>، ۲۰۰۶)، از طرف این سازمان این گونه تعریف شده است:

«سواد ریاضی، توانایی فردی برای صورت‌بندی، به‌کارگیری و تفسیر ریاضیات در زمینه‌های گوناگون است که شامل استدلال ریاضی و استفاده از مفاهیم، روشها، حقایق و ابزار ریاضی برای توصیف، بیان و پیش‌بینی پدیده‌هاست. سواد ریاضی برای شناختن نقشی که ریاضیات در جهان بازی می‌کند و برای ساختن قضاوت‌های مستدل و تصمیمات مورد نیاز برای یک شهروند سازنده، متعهد و فکور به افراد کمک می‌کند (سازمان همکاری و توسعه اقتصادی، ۲۰۱۷: ۶۷).»

با توجه به اهمیت سواد ریاضی، نظام‌های آموزشی به ارزیابی سواد ریاضی دانش‌آموزان خود پرداخته‌اند. مثلاً، ساری و والتینو<sup>۲</sup> (۲۰۱۷) برای ارزیابی سواد ریاضی دانش‌آموزان، با برگزاری آزمونی متناسب با سطح دانش ریاضی دانش‌آموزان ۱۵ ساله دریافتند که سواد ریاضی این دانش‌آموزان در سطحی نامطلوب قرار دارد. در پژوهشی دیگر که اُزکان و اوزاسلان<sup>۳</sup> (۲۰۱۸) در کشور ترکیه انجام داده‌اند، میزان موفقیت دانش‌آموزان در پاسخ‌گویی به انواع مسائل در سالهای ۲۰۰۳ و ۲۰۱۲ مورد مقایسه قرار گرفته است. بر اساس این پژوهش، دانش‌آموزان در هر دو سال در پاسخ‌گویی به مسئله‌های چندگزینه‌ای موفق‌تر بوده‌اند.

به نظر می‌رسد که تعریف سواد ریاضی از سوی سازمان همکاری و توسعه اقتصادی با اهداف مذکور در سند برنامه درسی ملی ایران همخوانی قابل قبولی دارد. این سازمان با هدف ارزیابی توانایی دانش‌آموزان در حل مسائل روزمره در قالب یک برنامه بین‌المللی به نام پیزا<sup>۴</sup>، به سنجش دانش‌آموزان ۱۵ ساله می‌پردازد. ایران تاکنون در این مطالعه شرکت نکرده است. با این حال رفیع‌پور<sup>۴</sup> (۱۳۸۹) در بخشی از پژوهش خود از ۱۴ معلم ریاضی دربارهٔ پیش‌بینی عملکرد دانش‌آموزان ایرانی در آزمون پیزا نظرخواهی کرده است. معلمان عملکرد دانش‌آموزان ایرانی را در این آزمون، ضعیف پیش‌بینی کرده‌اند. دلایل معلمان در پاسخ به چرایی این پیش‌بینی چنین بیان شده است: الف) حل مسائل کلیشه‌ای یعنی مسائلی که دانش‌آموزان با زمینه آن آشنا هستند، ب) کتابهای درسی ریاضی یعنی عدم استفاده کتب درسی از مسائلی شبیه به مسائل پیزا باعث عملکرد نامطلوب دانش‌آموزان ایرانی در این مطالعه می‌شود، پ) تأثیر ارزشیابیهای بیرونی و امتحانات نهایی، منظور از این مورد، تأثیر مخرب آزمونهای هماهنگ در آموزش است، یعنی این نوع

1. De Lange

2. Sari & Valentino

3. Özkan & Özaslan

4. Program for International Student Assessment (PISA)

ارزشیابی باعث حضور پررنگ مسائل کلیشه‌ای و تکراری است و ت) دانش معلمان ریاضی یعنی عدم توانایی کافی معلمان در حل مسائل واقعیت‌مدار نیز یکی از دلایل این پیش‌بینی عنوان شده است (رفیع‌پور و گویا، ۱۳۸۹).

شایان و همکارانش (۱۳۹۵) نیز در مطالعه‌ای به بررسی عملکرد معلمان ریاضی یکی از شهرستانهای استان اصفهان در آزمونی شبیه به آزمونهای مورد استفاده در مطالعه پیزا پرداختند که عملکرد معلمان در آزمون مذکور مطلوب نبود. از این رو در پژوهش حاضر به بررسی کتاب درسی ریاضی پرداخته شد که به نظر معلمان یکی از دلایل عملکرد نامطلوب دانش‌آموزان ایرانی در حل مسائل دنیای واقعی است.

نظام آموزشی متشکل از مجموعه عواملی شامل معلم، دانش‌آموز، محتوای آموزشی، وسایل کمک آموزشی، برنامه‌ریزان و دست‌اندرکاران آموزشی است که به منظور تحقق بخشیدن به اهداف در نظر گرفته شده، فعالیت می‌کنند (کریپندورف<sup>۱</sup>، ۱۹۸۰، ترجمه نایی، ۱۳۸۶). لازمه دستیابی به اهداف آموزشی آن است که همه این اجزا همسو با اهداف تعیین شده باشند. به طور خاص در ریاضی محتوای برنامه و کتب درسی ریاضی، تأثیری مهم بر عملکرد دانش‌آموزان دارد (گویا، ۱۳۷۵؛ رفیع‌پور، ۱۳۸۹). این تأثیر در نظامهای آموزشی متمرکز مانند ایران بیشتر است (گویا، ۱۳۷۵). به اعتقاد گویا (۱۳۷۵) در ایران، به دلیل متمرکز بودن نظام آموزشی و کمبود رسانه‌های متنوع آموزشی، کتاب درسی اهمیت بالایی دارد. در واقع، تهیه برنامه درسی و ریز مواد درسی مناسب ریاضی و تألیف کتب ریاضی مناسب با نیازهای جامعه یکی از قوی‌ترین ابزار اعتلای آموزش ریاضی در ایران است. به دلیل این اهمیت، مطالعه و بررسی کتابهای درسی ریاضی ضرورت می‌یابد. رفیع‌پور (۱۳۸۹) بررسی کتابهای درسی را به سه دلیل مهم عنوان کرده است:

- وجود نظام آموزشی متمرکز در ایران
- تأکید محققان بر اهمیت مطالعه کتابهای درسی
- نقش رویکرد کتابهای درسی در عملکرد ریاضی دانش‌آموزان

بنابر تمام آنچه بیان شد برای سنجش میزان توانایی دانش‌آموزان در حل مسائل دنیای واقعی نیاز به معیاری مانند آزمونهای بین‌المللی است که در میان این آزمونها اهداف برگزارکنندگان مطالعه پیزا منطبق بر وجه کاربردی آموزش ریاضی در ایران است. در خلال بررسی مطالعه پیزا مشخص شد که جامعه هدف این مطالعه دانش‌آموزان ۱۵ ساله اند؛ نوجوانانی که با گذران دوران

آموزش عمومی، خود را برای ورود به دنیای واقعی آماده می‌کنند. از این رو و با توجه به اهمیت کتابهای درسی در ساختار متمرکز آموزش در ایران، برآن شدیم تا طی پژوهشی به طور مشخص در پی یافتن پاسخ به این پرسش اساسی باشیم که آیا تمرینها، مسائل و مثالهای کتاب درسی ریاضی پایه نهم، دانش‌آموزان را برای حل مسائل دنیای واقعی آماده می‌کند؟

### مبانی نظری

تعریف سواد ریاضی ارائه شده در چارچوب ریاضی پیزا را می‌توان با سه جنبه زیر تحلیل کرد که ارتباط شایان توجهی با یکدیگر دارند (سازمان همکاری و توسعه اقتصادی، ۲۰۱۷):

- فرایندهای ریاضی<sup>۱</sup> که فعالیت‌هایی که فرد برای مرتبط کردن زمینه مسئله با ریاضی انجام می‌دهد و همچنین صلاحیتهای شناختی مورد نیاز را برای این فعالیتها توصیف می‌کند.
- محتوای ریاضی<sup>۲</sup> که برای پاسخ به سؤالات آزمون مورد استفاده قرار می‌گیرد.
- زمینه‌هایی که سؤالات آزمون، در آنها شکل گرفته‌اند.
- در ادامه هر یک از جنبه‌های فوق توضیح داده می‌شوند.

### الف) فرایندهای ریاضی

در تعریف سواد ریاضی که پیش از این ارائه شد، به توانایی شخص در صورت‌بندی، به‌کارگیری و تفسیر ریاضیات تأکید شده است. این سه اصطلاح - صورت‌بندی، به‌کارگیری و تفسیر- یک ساختار مفید و معنادار برای توصیف فرایندهای ریاضی که شخص برای مرتبط کردن زمینه مسئله با ریاضیات و سپس حل آن انجام می‌دهد، فراهم می‌کند (سازمان همکاری و توسعه اقتصادی، ۲۰۱۵، ۲۰۱۷). در چارچوب ۲۰۱۵ پیزا بیان شده است که هر سؤال آزمون به یکی از سه فرایند زیر اختصاص داده شده است:

- صورت‌بندی موقعیتهای به صورت ریاضی
- به‌کارگیری مفاهیم، حقایق، روشها و استدلال ریاضی
- تفسیر، استفاده و ارزیابی نتایج ریاضی

فرایند صورت‌بندی، توانایی یک دانش‌آموز برای شناسایی و تشخیص فرصتهای استفاده از ریاضی در موقعیتهای مسئله و سپس فراهم کردن ساختار ریاضی مورد نیاز برای تبدیل مسئله زمینه‌مدار<sup>۴</sup> به مسئله ریاضی را نشان می‌دهد. فرایند به‌کارگیری، چگونگی انجام دادن محاسبات،

1. Mathematical processes  
2. Mathematical content  
3. Contexts  
4. Contextualized

دست‌ورزی و استفاده از مفاهیم و حقایق را نشان می‌دهد که دانش‌آموزان پیشتر برای دستیابی به یک راه‌حل ریاضی برای مسئله‌ای که به طور ریاضی صورت‌بندی شده است، آموخته‌اند. فرایند تفسیر، توانایی انعکاس پاسخ مسئله از دنیای ریاضی به دنیای واقعی و توانایی تشخیص مستدل بودن پاسخ را نشان می‌دهد (سازمان همکاری و توسعه اقتصادی، ۲۰۱۷).

تدوین سؤالات ارزیابی سواد ریاضی در مطالعه پیزا به نوعی است که تعادل میان فرایندهایی که جهان ریاضی را با دنیای واقعی مرتبط می‌کنند برقرار شود (همان منبع). در جدول ۱ توزیع سؤالات برحسب نوع فرایند مورد نیاز، مشخص شده است.

جدول ۱: توزیع سؤالات آزمون پیزا براساس نوع فرایند مورد نیاز

| درصد سؤالات | دسته فرایند                                     |
|-------------|-------------------------------------------------|
| ۲۵          | صورت‌بندی موقعیتها به صورت ریاضی                |
| ۵۰          | به‌کارگیری مفاهیم، حقایق، روشها و استدلال ریاضی |
| ۲۵          | تفسیر، استفاده و ارزیابی نتایج ریاضی            |
| ۱۰۰         | مجموع                                           |

براساس این جدول، طراحی سؤالات آزمون به گونه ای است که تعداد سؤالات مربوط به برقراری ارتباط میان دنیای ریاضی و دنیای واقعی با تعداد سؤالات مربوط به فعالیت درون دنیای ریاضی، برابر است و همچنین میان سؤالات مربوط به صورت‌بندی و تفسیر نیز از نظر تعداد، تعادل برقرار شده است.

### ب) محتوای ریاضی

چارچوب مطالعه پیزا به منظور طراحی و تدوین سؤالات، دانش ریاضیات را در چهار دسته محتوایی تغییر و روابط<sup>۱</sup>، فضا و شکل<sup>۲</sup>، کمیت<sup>۳</sup> و عدم قطعیت<sup>۴</sup> و داده‌ها دسته‌بندی کرده است. این دسته‌های محتوایی با برنامه درسی مدارس انطباق معقولی دارند، اما منشأ این دسته‌بندی برنامه‌درسی مدارس شرکت کننده نیست (استیسی<sup>۵</sup>، ۲۰۱۵). در این دسته‌بندی جنبه‌های محتوایی مربوط به توابع و جبر، از جمله عبارات جبری و معادلات و نامعادلات در دسته تغییر و روابط و بخشهایی از ریاضیات که مربوط به جهان فیزیکی و تصویری همچون الگوها، خواص اشیاء،

1. Change and relationships
2. Space and shape
3. Quantity
4. Uncertainty
5. Stacey

موقعیت و جهت یابی و رمزگشایی و رمزگذاری اطلاعات تصویری اند، در دسته فضا و شکل جای می گیرند. یادآوری می شود که بخش عمده ای از این بخش مربوط به هندسه است. اما آنچه مربوط به درک اندازه گیری، شمارش، مقیاسها، واحدها و اعداد باشد در دسته کمیت قرار دارد و در آخر، هر آنچه مربوط به آمار و احتمالات باشد در دسته عدم قطعیت و داده است (سازمان همکاری و توسعه اقتصادی، ۲۰۱۷). نحوه توزیع سؤالات آزمون پیزا در جدول ۲ نشان داده شده است.

جدول ۲: نحوه توزیع سؤالات آزمون پیزا براساس محتوای هر مسئله

| دسته محتوایی     | درصد سؤالات |
|------------------|-------------|
| تغییر و روابط    | ۲۵          |
| فضا و شکل        | ۲۵          |
| کمیت             | ۲۵          |
| عدم قطعیت و داده | ۲۵          |
| مجموع            | ۱۰۰         |

همان طور که در جدول ۲ مشاهده می شود هر دسته محتوایی ریاضی سهم برابری با سایر دسته در سؤالات آزمون دارد. هدف از این توزیع برابر این است که همه این دسته های محتوایی برای آن که فرد شهروندی سازنده، متعهد و فکور باشد، اهمیت دارد (سازمان همکاری و توسعه اقتصادی، ۲۰۱۷).

### ج) زمینه ها

از آنجا که در قرن حاضر، افراد با محدوده ای وسیع از مسائل مواجه می شوند، برای مطالعه پیزا اهمیت دارد تا طراحی سؤالات به گونه ای انجام شود که تنوعی وسیع از زمینه های ممکن مسائل زندگی پس از مدرسه را دربرگیرد. برای چارچوب ریاضی پیزا، چهار دسته زمینه برای دسته بندی سؤالات آزمون در نظر گرفته شده است، این دسته ها عبارت اند از: شخصی، شغلی، اجتماعی و علمی (همان منبع).

در دسته بندی مذکور، پرسشهایی با زمینه شخصی، مربوط به فعالیتهای شخصی، خانوادگی یا گروه همسالان است. پرسشهایی که در دسته شغلی قرار دارند، عمدتاً با بازار کار و اشتغال مرتبط اند. دسته اجتماعی مربوط به سؤالاتی است که بر وجوه مختلف اجتماعی زندگی فرد متمرکز است، مانند مسائل بومی، محلی یا ملی. نهایتاً، دسته علمی، مسائلی مرتبط با علوم و فناوری را دربر می گیرد (سازمان همکاری و توسعه اقتصادی، ۲۰۱۵، ۲۰۱۷؛ استیسی، ۲۰۱۵؛ محسن پور و همکاران، ۱۳۹۳). در جدول ۳ سهم هر دسته در تعداد سؤالات نشان داده شده است.

جدول ۳: نحوه توزیع سؤالات آزمون پیزا بر اساس زمینه

| درصد سؤالات | دسته زمینه |
|-------------|------------|
| ۲۵          | شخصی       |
| ۲۵          | شغلی       |
| ۲۵          | اجتماعی    |
| ۲۵          | علمی       |
| ۱۰۰         | مجموع      |

براساس جدول ۳، هر دسته از زمینه با نسبتی برابر، درصدی از سؤالات آزمون را شامل می‌شود. در این مورد نیز برابری این درصد به منظور حفظ تعادل در طراحی و تدوین سؤالات آزمون اعمال شده است (سازمان همکاری و توسعه اقتصادی، ۲۰۱۵، ۲۰۱۷).

### روش پژوهش

در این تحقیق از روش توصیفی، تحلیلی- تطبیقی استفاده شده است. برای این منظور پس از بررسی اهداف برنامه درسی، محتوای کتاب درسی ریاضی پایه نهم چاپ سال ۱۳۹۵ تحلیل و تطابق محتوای این کتاب با اهداف اسناد بالادستی تعیین شد. برای این منظور تمرینها و مثالهای کتاب درسی مذکور با سؤالات منتشر شده مطالعه پیزا مقایسه شد. انتخاب آزمون مورد استفاده در مطالعه پیزا برای مقایسه به این دلیل بود که اهداف بیان شده در چارچوب مطالعه پیزا با آنچه در اسناد بالادستی آموزش و پرورش ایران آمده است، همخوانی و اشتراک قابل قبولی دارد. در این پژوهش دو نمونه از پرسشهای منتشر شده مطالعه پیزا عیناً ترجمه و ارائه می‌شود، سپس در قیاس با پرسشهای مطرح شده در کتاب درسی میزان تطابق این مسائل با یکدیگر بررسی خواهد شد.

جامعه آماری این پژوهش همه سؤالات، تمرینها و مثالهای کتاب درسی ریاضی پایه نهم چاپ سال ۱۳۹۵ و نمونه انتخاب شده بخشهای مربوط به هندسه در این کتاب است. انتخاب نمونه براساس دغدغه شخصی نگارندگان و وجود زمینه مناسب در این بخش از علم ریاضی برای پرداختن به مسائل دنیای واقعی بوده است. ابزار این پژوهش جداول محقق‌ساخته برای دسته‌بندی پرسشها و مسائل کتاب درسی است که به منظور بررسی روایی صوری و محتوایی، این جداول در اختیار دبیران با سابقه ریاضی و صاحب‌نظران قرار داده شده و تأیید شده است.

### یافته‌ها

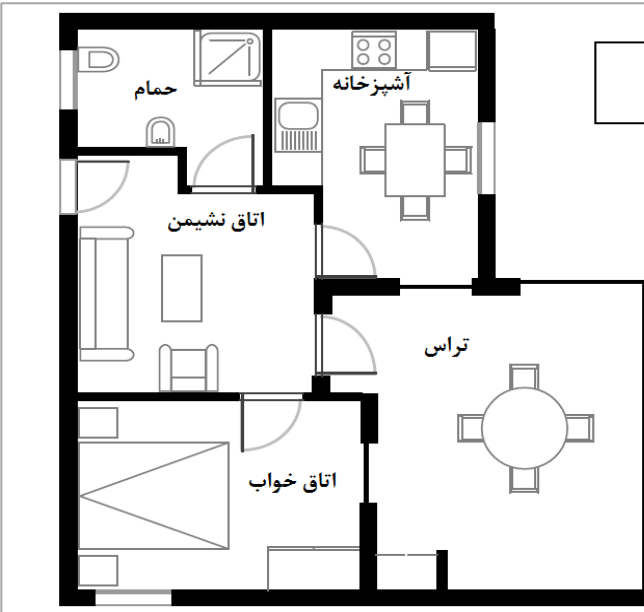
همان‌طور که پیش از این بیان شد برای تعیین میزان انطباق کتاب درسی با اهداف اسناد بالادستی آموزش و پرورش جمهوری اسلامی ایران، اقدام به مقایسه سؤالات منتشر شده مطالعه

پیزا با تمرینات و پرسشهای مطرح شده در کتاب درسی شد. به دلیل انتخاب بخشهای هندسه کتاب درسی ریاضی پایه نهم، سؤالات انتخابی از مطالعه پیزا مربوط به دسته محتوایی فضا و شکل است که دو نمونه از سؤالات مذکور که یکی «خرید آپارتمان» و دیگری «نشت نفت» نامگذاری شده است در ادامه ارائه می شود. در شکل ۱، مسئله خرید آپارتمان که از سؤالات منتشر شده مطالعه پیزا (سازمان همکاری و توسعه اقتصادی، ۲۰۱۳) است، مشاهده می شود. در ادامه به هدف، دسته بندی محتوایی، زمینه و فرایند مورد نیاز برای حل این مسئله نیز اشاره خواهد شد.

**الف) خرید آپارتمان**

این نقشه آپارتمانی است که والدین جورج می خواهند از یک بنگاه املاک بخرند.

**مقیاس:**  
۱ سانتی متر معادل ۱ متر



- توجه ۱: در این مسئله واحدها در دستگاه متریک است.
- توجه ۲: اصطلاح "بنگاه املاک" اصطلاحی محلی به معنای محل خرید و فروش خانه است.

سؤال ۱: خرید آپارتمان (PM00FQ01 – 019)

برای تخمین زدن مساحت کل یک طبقه از آپارتمان (شامل تراس و دیوارها)، می توانید اندازه هر اتاق را به دست آورید و با جمع کردن هر یک مساحت کل را بیابید.

روش کارآمدتری نیز وجود دارد که برای محاسبه مساحت کل طبقه، نیاز به محاسبه طول ۴ ضلع است. چهار طولی را که برای محاسبه مورد نیاز است، روی نقشه بالا علامت بزنید.

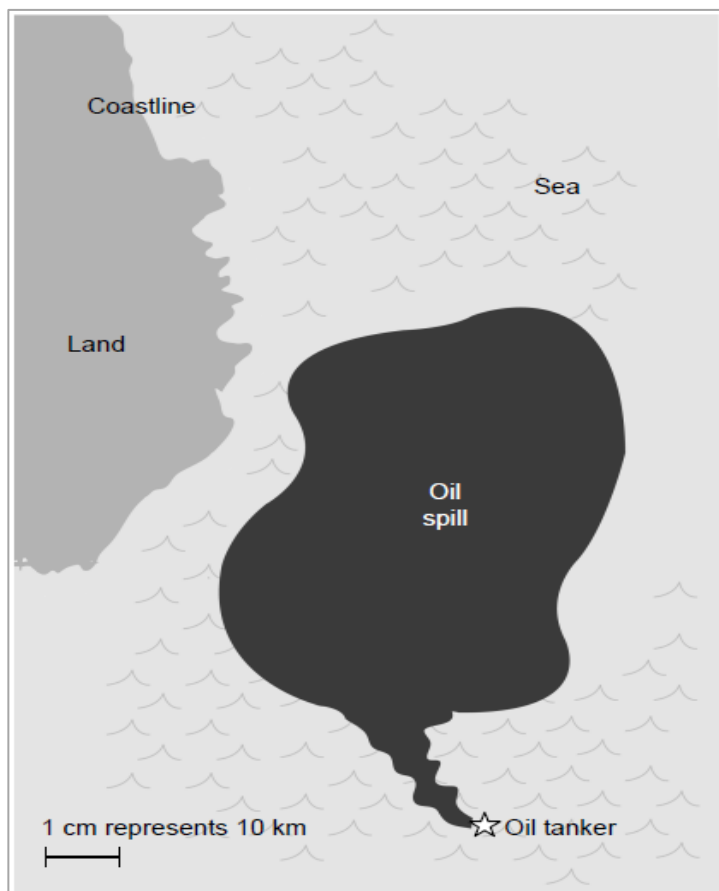
شکل ۱. سؤال خرید آپارتمان (PM00FQ01 – 019) از سؤالات ریاضی منتشر شده مطالعه پیزا

(سازمان همکاری و توسعه اقتصادی، ۲۰۱۳، ص ۴)

هدف از این مسئله سنجش توانایی دانش‌آموز در استفاده از استدلال فضایی برای پیدا کردن کمترین تعداد اضلاع مورد نیاز برای محاسبه مساحت یک آپارتمان است که باید روی نقشه نمایش داده شود. دانش مورد نیاز برای حل این سؤالات، اطلاع از نحوه محاسبه مساحت مستطیل و تبدیل یک شکل نامشخص به چندین مستطیل است. این مسئله از دیدگاه محتوای ریاضی در دسته فضا و شکل قرار می‌گیرد، زمینه مسئله شخصی و فرایند ریاضی مورد نیاز برای حل این مسئله صورت‌بندی است. در شکل ۲ مسئله نشت نفت از مسائل انتشار یافته مطالعه پیرا (سازمان همکاری و توسعه اقتصادی، ۲۰۱۳) ارائه و اهداف و دسته‌بندی محتوایی، زمینه و فرایند ریاضی مورد نیاز برای حل مسئله ارائه می‌شود.

#### ب) نشت نفت

نفت‌کشی در دریا به یک صخره برخورد کرد و سوراخی در مخزن نفت‌کش ایجاد شد. فاصله این نفت‌کش تا ساحل ۶۵ کیلومتر است. پس از چند روز، نشت نفت از نفت‌کش مطابق نقشه زیر گسترش یافت.



- توجه ۱: مقیاس نمایش داده شده روی شکل هنگام چاپ باید ۱ سانتی متر باشد.
- توجه ۲: در سراسر این مسئله واحدها در دستگاه متریک است.

سؤال: نشت نفت (PM00RQ01 – 019)

با استفاده از مقیاس نقشه مساحتی را که نفت نشت پیدا کرده است بر حسب کیلومتر مربع برآورد کنید.

شکل ۲. سؤال نشت نفت (PM00RQ01 – 019) از سؤالات منتشر شده پیزا

(سازمان همکاری و توسعه اقتصادی، ۲۰۱۳، ص ۴۹)

هدف از این مسئله، یافتن مساحت شکلی بی‌قاعده است. برای دستیابی به این هدف، آگاهی از مقیاس و توانایی تبدیل اندازه روی نقشه به اندازه دنیای واقعی و به نوعی آگاهی از تشابه اشکال و نسبت تشابه نیاز است. این مسئله از نظر محتوایی در دسته فضا و شکل قرار می‌گیرد، زمینه مسئله علمی و فرایندی که در حل این مسئله سنجیده می‌شود، فرایند به‌کارگیری است.

در کتاب درسی ریاضی پایه نهم چاپ سال ۱۳۹۵، مباحث هندسی در دو فصل سوم و هشتم ارائه شده است. فصل سوم مباحث مربوط به استدلال و اثبات در هندسه و فصل هشتم مباحث پیرامون حجم و مساحت را آموزش داده است. در ادامه روند آموزشی در این دو فصل ارائه می‌شود. شایان ذکر است که در این مقاله به دلیل محدودیت در تعداد صفحات، پرداختن مفصل به هر دو فصل میسر نبوده، از این رو صرفاً به فصل سوم مفصل‌تر پرداخته می‌شود.

آموزش استدلال و اثبات در فصل سوم با ارائه ۷۱ پرسش، فعالیت و تمرین در ۲۷ صفحه صورت گرفته است که از این تعداد ۷ مسئله را می‌توان مسئله‌های زمینه‌مدار یا مسائلی از دنیای واقعی محسوب کرد. در فصل سوم کتاب مذکور استدلال و اثبات در پنج درس و با ترتیب ارائه شده در جدول ۴ آموزش داده شده است. همان‌طور که در ادامه بیان خواهد شد، مؤلفان کتاب درسی ریاضی پایه نهم، با هدف آموزش از طریق حل مسئله به تألیف کتاب درسی پرداخته‌اند. از این رو هر درس با یک مسئله آغاز می‌شود و نکات و مطالب آموزشی طی حل مسئله بیان می‌شود. این روند در ادامه ارائه خواهد شد.

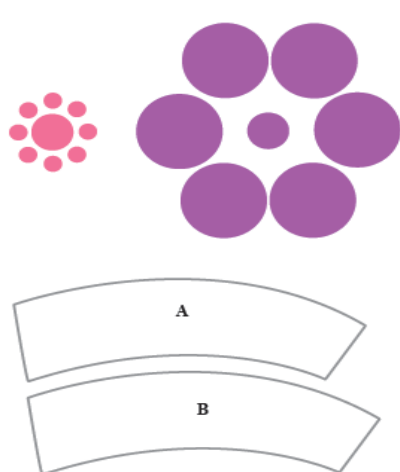
جدول ۴: روند آموزش در فصل سوم کتاب درسی ریاضی پایه نهم چاپ سال ۱۳۹۵

| درسها | شرح مراحل آموزش                                                                              | صفحه  |
|-------|----------------------------------------------------------------------------------------------|-------|
| ۱     | استدلال: معرفی انواع استدلال، بیان ضرورت استدلال استنتاجی                                    | ۳۲-۳۶ |
| ۲     | آشنایی با اثبات در هندسه: معرفی اثبات در هندسه و آموزش روند صحیح استدلال استنتاجی هندسی      | ۳۷-۴۳ |
| ۳     | هم‌نهشتی مثلثها: به‌کارگیری استدلال استنتاجی در هم‌نهشتی مثلثها و آموزش نگارش نمادین استدلال | ۴۴-۴۸ |
| ۴     | حل مسئله در هندسه: آموزش حل مسائل هندسی                                                      | ۴۹-۵۲ |
| ۵     | شکلهای متشابه: معرفی اشکال متشابه، نسبت تشابه و حل مسائلی در زمینه تشابه اشکال هندسی         | ۵۳-۵۸ |

براساس آنچه در جدول ۴ آورده شده است، فصل سوم با معرفی استدلال، انواع استدلال و ضرورت استفاده از استدلال استنتاجی آغاز می‌شود، سپس این ضرورت در مباحث تخصصی هندسی و همچنین نیاز به استدلال در اثبات مفاهیم هندسی بیان می‌شود و نحوه اثبات در هندسه آموزش داده می‌شود. هرچه آموزش در فصل سوم پیش می‌رود، مباحث جزئی‌تر و تخصصی‌تر می‌شود و در درس سوم، آموزش هم‌نهستی مثلثها ارائه می‌شود، سپس در همین درس به صورت جدی‌تر به آموزش بیان استدلال در هندسه به شکل نمادین پرداخته می‌شود. در ادامه، در درس چهارم به آموزش حل مسائلی می‌پردازد که در هندسه قابل طرح اند. این درس با مسئله‌ای که زمینه دنیای واقعی دارد آغاز شده است که در ادامه بیان خواهد شد. پایان فصل سوم با معرفی اشکال متشابه، نسبت تشابه و حل مسائلی در این زمینه همراه است.

درس اول تحت عنوان استدلال، با ارائه متنی آغاز می‌شود که در آن شیوه‌های استدلال استقرایی و استنتاجی معرفی و مقایسه شده‌اند. شایان ذکر است که مقایسه را دانش‌آموز طی مراحل در یک فعالیت انجام می‌دهد. در ادامه با ارائه اشکال گوناگون از خطای دید، ضرورت استدلال منطقی و استنتاجی به دانش‌آموز القا می‌شود. کشف ضرورت استدلال استنتاجی با انجام یک فعالیت (فعالیت صفحه ۳۴) که دانش‌آموز طی مراحل انجام می‌دهد (شکل ۳)، تحقق می‌یابد.





۱- کدام یک از دو قرصی که در مرکز قرار گرفته، بزرگ‌تر است؟  
 الف) با مشاهده تشخیص دهید.  
 ب) یک کاغذ روی یکی از آنها قرار دهید. دایره محیط آن قرص را بکشید و با گذاشتن تصویر کشیده شده بر شکل دیگر، اندازه آنها را با هم مقایسه کنید.

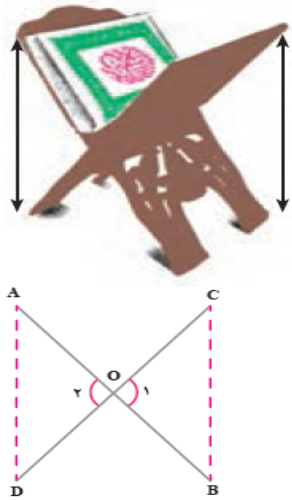
۲- اگر قطعه‌های A و B قطعه‌هایی از شیرینی مورد علاقه شما باشند، کدام قطعه را انتخاب می‌کنید؟ (قطعه بزرگ‌تر کدام است؟)  
 با یک کاغذ شفاف این دو قطعه را مقایسه کنید؟ آیا حدس شما درست بود؟

۳- آیا مشاهده کردن یا به‌طور کلی استفاده از حس‌های پنج‌گانه برای اطمینان از درستی یک موضوع کافی است؟ چرا؟

شکل ۳. فعالیت صفحه ۳۴ کتاب ریاضی پایه نهم (در بیان ضرورت استدلال استنتاجی)

در گذشته و در کتابهای درسی پیشین نیز یکی از دلایلی که برای بیان ضرورت استدلال به دانش‌آموز ارائه می‌شد، مشاهده شکلهایی مانند شکل ۳ بود. در این فعالیت امکان خطای حواس پنجگانه انسان (در اینجا خطای حس بینایی) با ارائه یک فعالیت نمایش داده شده است. در پایان این فعالیت، دانش‌آموز به ضرورت استدلال استنتاجی برای مقابله با این شکل از خطای می‌برد. اما نکته مهمی که باید به آن اشاره کرد این است که انجام دادن این فعالیت نیازمند استفاده از وسایلی است که شاید در برخی از مناطق ایران به آسانی در اختیار دانش‌آموز نباشد. این نکته به ظاهر ساده اما قابل تأمل استفاده از تصاویر دیگری را ضروری می‌سازد که همین نیاز و ضرورت به استدلال را به دانش‌آموز نشان می‌دهد و با ابزار و وسایل در دسترس همه دانش‌آموزان ایرانی قابل مشاهده است.

در درس دوم یعنی آشنایی با اثبات در هندسه، طی فعالیتی به دانش‌آموز آموزش داده می‌شود که برای اثبات در هندسه، نخستین گام تشخیص فرض، حکم و واقعیتهای مرتبط با مسئله است که از قبل آنها را می‌دانستیم. در ادامه، با انجام دادن فعالیتها و تمرینات متعدد، تشخیص فرض و حکم مسئله، تمرین شده و مسئله‌ای نیز به عنوان نمونه اثبات می‌شود. در درس سوم (هم‌نهشتی مثلثها) با انجام دادن فعالیت، دانش‌آموز هم‌نهشتی دو مثلث و مفهوم اجزای برابر متناظر را می‌آموزد، سپس دو مسئله که دارای زمینه دنیای واقعی اند مطرح می‌شود (شکل ۴ و ۵).



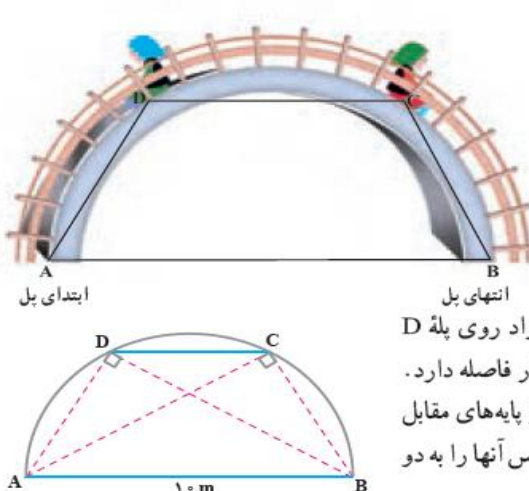
مثال : با رُحلهای قرآنی، حتماً آشنایی دارید. در نمونه‌ای از آنها دو لایهٔ چوبی آن از وسط یکدیگر گذشته است. می‌خواهیم نشان دهیم که این تکیه‌گاه در هر وضعیتی که باشد، مطابق شکل، همواره فاصلهٔ دو لبهٔ کناری آن در دو طرف با هم برابر است. به زبان ریاضی، یعنی در شکل زیر، فرض مسئله این است :  $OA=OB$  و  $OC=OD$  (چرا؟) و حکم این است :  $AD=BC$ . زوایای  $\hat{O}_1$  و  $\hat{O}_2$  برابرند (چرا؟)، پس مثلث‌های  $OBC$  و  $OAD$  هم‌نهشت هستند و از آنجا درستی حکم به دست می‌آید؛ یعنی :

$$\left. \begin{array}{l} OA = OB \\ OC = OD \\ \hat{O}_1 = \hat{O}_2 \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle OBC \cong \triangle OAD \Rightarrow AD = BC$$

شکل ۴: نمونه‌ای از مسائل زمینه‌مدار کتاب ریاضی پایه نهم صفحه ۴۵

این مسئله تا حد نسبتاً مطلوبی برای دانش آموز ایرانی آشنا و ملموس است و می توان آن را یک مسئله کاملاً زمینه مدار محسوب کرد. اما این سؤال که می تواند نمونه کاملی از یک مسئله زمینه مدار برای دانش آموز پایه نهم باشد متأسفانه در کتاب پاسخ داده شده است و پرسشهایی که در حین حل مسئله از دانش آموز پرسید می شود نیز کاملاً انتزاعی، در دنیای ریاضی و به دور از دنیای واقعی و زندگی روزمره است. بنابراین دانش آموز در واقع حل مسئله زمینه مدار را فقط می بیند ولی تمرین نمی کند! در ادامه، مسئله زمینه مدار دیگری به عنوان فعالیت مطرح می شود (شکل ۵).

**فعالیت**



A ابتدای پل      B انتهای پل

D      C

A      B

$10\text{ m}$

در نزدیکی منزل ترانه و شهرزاد، بوستانی هست که در آن یک پل فلزی به شکل نیم دایره وجود دارد بچه ها برای بازی از پله های آن بالا می روند. می دانیم فاصله ابتدای پل (نقطه A) از انتهای آن (نقطه B) ۱۰ متر است. ترانه روی پله C نشسته است که از انتهای پل ۶ متر فاصله دارد (BC=۶) و شهرزاد روی پله D نشسته است که از ابتدای پل همین مقدار فاصله دارد. آنها حدس می زنند که باید فاصله شان از پایه های مقابل برابر باشد؛ یعنی  $AC=BD$ . درستی حدس آنها را به دو روش ثابت کنید.

۱- نشان دهید زاویه های  $\hat{C}$  و  $\hat{D}$  در شکل، قائمه است. طول های AC و BD را به کمک قضیه فیثاغورس محاسبه کنید و نشان دهید:  $AC=BD$

۲- به کمک هم نهشتی مثلث های ACB و ADB، نشان دهید  $AC=BD$ .

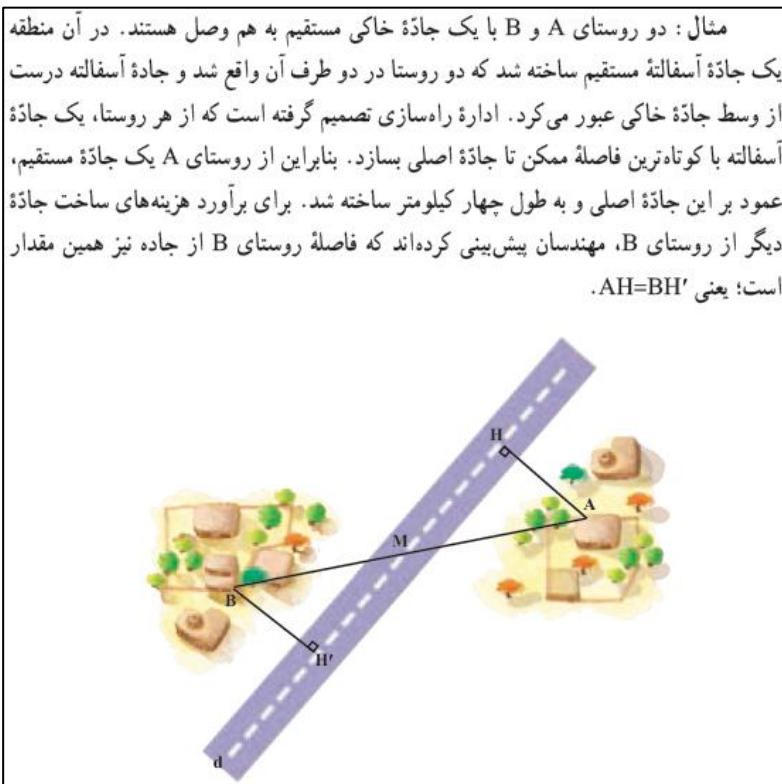
شکل ۵. نمونه ای از مسائل زمینه مدار کتاب ریاضی پایه نهم صفحه ۴۵

در این فعالیت، دانش آموز برای حل مسئله نیاز به رسم نیم دایره، رسم وترهای نیم دایره و بهره گیری از دانسته های قبلی خود یعنی دانسته های مربوط به مثلث قائم الزاویه و رابطه فیثاغورس دارد. این مسئله زمینه ای مناسب برای تمرین مدل سازی است که به عنوان یکی از مشخصات اصلی سواد ریاضی عنوان می شود، اما اشکالی که در مسئله قبلی مطرح شد، در اینجا نیز به چشم می خورد. مؤلفان کتاب درسی، مجال تفکر و آزمون و خطای دانش آموز برای تبدیل یک مسئله نسبتاً زمینه مدار و مربوط به دنیای واقعی به مسئله ای درون دنیای ریاضی را از وی گرفته و اعمال

مربوط به فرایند صورت‌بندی را که یکی از فرایندهای مورد نیاز برای کسب سواد ریاضی و در برگیرنده ۲۵ درصد از سؤالات آزمون پیزا است، خودشان طی فعالیت مذکور انجام داده‌اند و دانش‌آموز عملاً مسئله‌ای انتزاعی را حل می‌کند.

در شکل ۵ مشاهده می‌شود که در این فعالیت، نام‌گذاری پاره‌خطها، شکلها و کشف راه‌حل همگی از سوی مؤلف و طی فعالیت به دانش‌آموز ارائه شده است. در این فعالیت از سه فرایند صورت‌بندی، به‌کارگیری و تفسیر فقط فرایند به‌کارگیری از سوی دانش‌آموز تمرین می‌شود که این فرایند نیز درون دنیای ریاضی و انتزاعی است.

درس سوم با انجام دادن چند فعالیت و ارائه تمرینهایی به پایان می‌رسد که صرفاً به صورت انتزاعی و در دنیای ریاضی اند. درس چهارم با یک مسئله با زمینه‌ای در دنیای واقعی آغاز می‌شود که این مسئله در شکل ۶ مشاهده می‌شود. این مسئله نیز مسئله‌ای ملموس و زمینه‌مدار است و تا اندازه‌ای کاربرد ریاضیات در سایر علوم را نمایش می‌دهد اما این مسئله نیز اشکالاتی دارد همانند آنچه پیش از این بیان شد که در ادامه به بیانشان می‌پردازیم.



شکل ۶: نمونه‌ای از مسائل زمینه‌مدار کتاب ریاضی پایه نهم صفحه ۴۹

کتاب درسی با ارائه چهار گام که در شکل ۷ آمده است، دانش‌آموزان را برای حل مسئله هدایت می‌کند. در این مسئله نیز به دلیل رسم خطوط عمود و خط قاطع جاده، دانش‌آموز عملاً به جای درگیر شدن با یک مسئله در دنیای واقعی یک مسئله کاملاً انتزاعی در دنیای ریاضی را حل می‌کند. نه تنها صورت‌بندی به دانش‌آموز واگذار نشده، بلکه دانش‌آموز در کشف راه‌حل نیز آزاد نبوده و راه‌حل به آسانی و در ادامه مسئله ارائه شده است.

### قدم‌های حل مسئله

- ۱- صورت مسئله را به دقت بخوانید و مفاهیم تشکیل‌دهنده آن را بشناسید. در این مسئله با مفاهیمی همچون خط، پاره خط و فاصله نقطه تا خط سروکار داریم. آیا با آنها آشنایی دارید؟
- ۲- اگر مسئله فاقد شکل است، با توجه به صورت مسئله، یک شکل مناسب برای آن رسم کنید. در اینجا شکل این مسئله را با توجه به طرح بالا رسم کنید.
- ۳- داده‌های مسئله (فرض) و خواسته‌های آن (حکم) را تشخیص دهید و در یک جدول بنویسید. در اینجا فرض‌های اصلی این است که M وسط AB است؛ یعنی  $MA=MB$  است و AH و  $BH'$  بر d عمودند و حکم این است:  $AH=BH'$

|     |                                           |
|-----|-------------------------------------------|
| فرض | $MA=MB$ , $\hat{H} = \hat{H}' = 90^\circ$ |
| حکم | $AH=BH'$                                  |

- ۴- برای رسیدن از فرض به حکم، راه حلی پیدا کنید. روش‌های مختلفی برای این کار هست که آنها را به مرور می‌آموزید. یکی از راه‌های اثبات برابری دو پاره خط، استفاده از مثلث‌های هم‌نهشت است. در این شکل، کدام دو مثلث، برای این منظور مناسب است؟ با توجه به فرض و حکم مسئله، اثبات را با نمادهای ریاضی کامل کنید:

$$\left. \begin{array}{l} MA = MB \text{ (طبق فرض)} \\ \hat{H} = \hat{H}' = 90^\circ \\ \text{---} \hat{\text{---}} = \text{---} \hat{\text{---}} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{(وتر و یک زاویه حاده)} \\ \triangle \triangle \\ \Rightarrow \text{---} \triangle \triangle \Rightarrow AH = BH' \end{array}$$

شکل ۷: چهار گام ارائه شده در کتاب ریاضی پایه نهم برای حل مسئله شکل ۴ صفحه ۵۰

در شکل ۷ چهار گام برای حل مسئله ارائه شده است که با طی گامهای مذکور دانش‌آموز حتی نیازی به کشف راه‌حل نیز نداشته و کافی است جاهای خالی را تکمیل کند تا مسئله حل شود. این روند زمانی می‌تواند قابل دفاع و آموزنده باشد که مسائلی همچون این مسئله در ادامه این درس به دانش‌آموز ارائه شود و وی به حل آنها بپردازد، برای رسم کردن شکل، تصویر ذهنی بسازد و برای

کشف راه حل، آموخته‌های قبلی خود را به خدمت بگیرد و شاید خلاقیت نشان دهد. اما در ادامه این درس چنین مسائلی وجود ندارد.

درس پنجم فصل سوم کتاب درباره نسبت و تشابه است که با معرفی تصاویر و شکل‌های مشابه آغاز می‌شود، سپس با ارائه فعالیتی به معرفی نسبت تشابه می‌پردازد. در همین فعالیت مسئله‌ای مطرح می‌شود که می‌توان آن را زمینه‌مدار یا یک مسئله دنیای واقعی نامید که در شکل ۸ مشاهده می‌شود. در این مسئله که می‌توان آن را تا حدودی با مسئله «نشت نفت» که پیش از این ارائه شد مشابه دانست، مفاهیمی همچون نقشه‌خوانی، جهت‌یابی و استفاده از مقیاس سنجش می‌شود. خوشبختانه این مسئله اشکالات مسائل قبلی را ندارد و دانش‌آموز کاملاً در یک مسئله دنیای واقعی درگیر می‌شود. بنابراین شکل ۸ را شاید بتوان یکی از معدود مسائل کتاب درسی دانست که با تعریف مسئله زمینه‌مدار مطابق با چارچوب پیزا سازگاری دارد. افزایش چنین مسائلی در کتاب درسی می‌تواند در تربیت دانش‌آموزانی با توانایی حل مسائل دنیای واقعی مؤثر باشد. اما این مسئله نیز خالی از اشکال نیست که این مشکلات در ادامه بیان می‌شود.

۲- در تصویر زیر، نقشه قسمتی از شهر تهران را می‌بینید. مقیاس نقشه ۱ به ۱۰۰,۰۰۰ است؛ یعنی هر یک سانتی‌متر روی نقشه با ۱۰۰,۰۰۰ سانتی‌متر مقدار واقعی برابر است. فاصله دو میدان انقلاب و آزادی را پیدا کنید.



شکل ۸: نمونه‌ای از مسائل زمینه‌مدار کتاب درسی

کیفیت نامطلوب تصویر (نقشه تهران) ارائه شده یکی از اشکالات اساسی و البته قابل رفع این مسئله است که عملاً کارایی این فعالیت را برای دستیابی به اهدافی از جمله نقشه‌خوانی و جهت‌یابی تضعیف می‌کند و این مسئله تنها در سنجش توانایی استفاده از مفهوم نسبت تشابه یا

مقیاس نقشه موفق خواهد بود. درس پنجم از بخش سوم کتاب درسی با ارائه مسائلی انتزاعی پایان می‌یابد.

در فصل هشتم آموزش حجم و مساحت در سه درس و ۱۳ صفحه با طی روندی که در جدول ۵ مشاهده می‌شود با ارائه ۳۹ تمرین، فعالیت و پرسش انجام می‌گیرد که از این تعداد ۴ مسئله با زمینه‌ای در دنیای واقعی مطرح شده است.

جدول ۵: روند آموزش مطالب در بخش هشتم کتاب درسی ریاضی

| ردیف | شرح مراحل آموزش                                               | صفحه    |
|------|---------------------------------------------------------------|---------|
| ۱    | معرفی حجمهای هندسی و فرمول پیدا کردن حجم اشکال با روشهای عملی | ۱۳۱-۱۳۴ |
| ۲    | معرفی فرمول مساحت و حجم هرم و مخروط با روشهای عملی            | ۱۳۵-۱۳۹ |
| ۳    | معرفی و نمایش فرم گسترده احجام هندسی متداول                   | ۱۴۰-۱۴۳ |

آموزش با ارائه فعالیتی عملی آغاز می‌شود که انجام آن می‌تواند برای دانش‌آموز بسیار جذاب باشد. فرمول محاسبه حجم کره با انجام این فعالیت عملاً پیدا می‌شود، اما متأسفانه در همه کلاسها و مدارس امکان انجام دادن این فعالیت وجود ندارد. در ادامه، دانش‌آموزان در فعالیتی حجم کره و استوانه مفروضی را می‌یابند. یافتن رابطه محاسبه مساحت کره و نیم‌کره نیز با فعالیتی عملی انجام می‌گیرد و در تمرینات پایانی، دانش‌آموزان به محاسبه حجم اشکال مختلف می‌پردازند و تا انتهای بخش که بخش پایانی کتاب نیز هست، به حل مسائلی کلیشه‌ای و مرسوم در بحث حجم و مساحت می‌پردازند. نکته مثبت این فصل این است که تعدادی از مسائل زمینه‌مدار در تمرینهای درس اول و نه مثالهای حل شده متن درس، ارائه شده است و ارائه مسائل دنیای واقعی در تمرینات پایانی درس کمک می‌کند که هر سه فرایند چرخه مدلسازی پیزا را دانش‌آموز اجرا کند، چیزی که در فصل سوم دیده نمی‌شود.

در جدول ۶ تعداد مسائل مطرح شده در هر درس برای هر فصل به طور مجزا ارائه و درصد مسائل زمینه‌مدار در هر درس نیز بیان می‌شود.

جدول ۶: درصد سؤالات زمینه‌مدار در کتاب درسی ریاضی پایه نهم (۱۳۹۵) به تفکیک فصل و درس

| فصل     | تعداد کل مسائل | تعداد مسائل زمینه‌مدار | درصد مسائل زمینه‌مدار |
|---------|----------------|------------------------|-----------------------|
| فصل سوم | ۱۲             | ۲                      | ۱۶٫۷٪                 |
|         | ۱۵             | ۱                      | ۶٫۷٪                  |
|         | ۱۷             | ۲                      | ۱۱٫۸٪                 |
|         | ۱۱             | ۱                      | ۹٫۱٪                  |

|          |     |    |      |
|----------|-----|----|------|
| درس پنجم | ۱۶  | ۱  | ۶,۳٪ |
| درس اول  | ۹   | ۳  | ۳۳٪  |
| درس دوم  | ۱۴  | ۱  | ۷٪   |
| درس سوم  | ۱۶  | ۰  | ۰    |
| مجموع    | ۱۱۰ | ۱۱ | ۱۰٪  |

در جدول ۶ مشاهده می‌شود که درصد سؤالات زمینه‌مدار در کتاب درسی ریاضی پایه نهم به جز در درس اول از فصل هشتم درصد قابل توجهی نیست. نکته قابل توجه دیگر عدم اشاره به مسائل دنیای واقعی در درس پایانی فصل هشتم است. عنوان این درس سطح و حجم است و به آموزش مساحت و حجم اشکال هندسی می‌پردازد. واضح است که قابلیت خوبی برای طرح مسائل دنیای واقعی دارد، اما در این بخش هیچ مسئله زمینه‌مداری مطرح نشده است.

### پاسخ به پرسش پژوهش

آیا تمرینها، مسائل و مثالهای کتاب درسی ریاضی پایه نهم، دانش‌آموزان را برای حل مسائل دنیای واقعی آماده می‌کند؟

برای پاسخ به این پرسش، بررسی مسائل، فعالیتها و پرسشهای دو فصل سوم و هشتم کتاب درسی ریاضی پایه نهم، روشن ساخت که درصد کمی (تنها ۱۰٪) از مسائل ارائه شده در این دو بخش کتاب درسی انطباق قابل قبولی با مسائل پیزا دارند که در جدول ۷ درصد سؤالات، تمرینها و مثالهای زمینه‌مدار کتاب درسی ریاضی پایه نهم مشاهده می‌شود.

جدول ۷: درصد مسائل زمینه‌مدار کتاب درسی ریاضی پایه نهم به تفکیک فصل

| فصل   | تعداد کل مسائل | تعداد مسائل زمینه‌مدار | درصد مسائل زمینه‌مدار |
|-------|----------------|------------------------|-----------------------|
| سوم   | ۷۱             | ۷                      | ۹,۸٪                  |
| هشتم  | ۳۹             | ۴                      | ۱۰,۳٪                 |
| مجموع | ۱۱۰            | ۱۱                     | ۱۰٪                   |

با وجود درصد کم مسائل دنیای واقعی در کتاب درسی مذکور، باید توجه داشت که همین تعداد کم مسائل زمینه‌مدار نیز به دلیل بیان راه‌حل در متن کتاب یا راهنماییهای ارائه شده در صورت مسئله، عملاً به مسائل کلیشه‌ای و انتزاعی تبدیل می‌شوند که در کتب درسی گذشته نیز وجود داشت. به بیان دیگر، متن کتاب درسی حاوی تمرینها و مثالهایی است که برای دانش‌آموز ایرانی آشنا است و می‌توانند مسائلی زمینه‌مدار تلقی شوند، اما حل شدن این مسائل در کتاب و با راهنماییهایی که فرصت کشف راه‌حل و خلاقیت را از دانش‌آموز می‌گیرد این تمرینها و مثالها را از

جرگه مسائل زمینه‌مدار خارج می‌کند. عدم توجه به کیفیت شکلها نیز عامل مهم دیگری است که مسائل را در سنجش و تقویت سواد ریاضی دانش‌آموز ناکارآمد می‌سازد. به نظر می‌رسد که کتاب درسی به‌جای آنکه در پی تقویت سواد ریاضی دانش‌آموزان ایرانی باشد، در پی تدریس مباحث با روش حل مسئله است. البته آموزش از طریق حل مسئله رویکردی است که در بسیاری از جوامع آموزشی بر آن تأکید می‌شود و نگارندگان این مقاله بنا ندارند نقدی بر این روش آموزشی وارد آورند که بررسی محاسن و معایب این رویکرد خود مستلزم انجام پژوهش مفصل دیگری است. اما هدف در این مقاله آن است که تنها تأکید بر حل مسئله نمی‌تواند اهداف مذکور در اسناد بالادستی نظام آموزشی ایران را برآورده سازد.

### بحث و نتیجه‌گیری

پژوهشها بیانگر این است که کوچک‌ترین تغییر در سطح سواد، بر شاخص توسعه در کشورهای توسعه یافته مؤثر است، اما با توجه به پایین بودن نسبی سطح سواد در کشورهایی مانند ایران، هند و مصر هنوز فضای زیادی برای سیاست‌گذاری در آموزش عمومی جهت تأثیرگذاری بر توسعه وجود دارد (بربری و همکاران، ۱۳۹۶). یکی از اهداف اساسی آموزش ریاضی در ایران، توانا ساختن دانش‌آموزان در به‌کارگیری ریاضیات در حل مسائل روزمره و انتزاعی عنوان شده است. موضوعی که امروزه در ادامه این هدف‌گذاری مورد توجه است شکاف میان دنیای ریاضی و دنیای واقعی است که نتیجه آن، عدم توانایی دانش‌آموزان در استفاده از مسائل ریاضی در دنیای واقعی است (عبداله‌پور و رفیع‌پور، ۱۳۹۶).

این هدف نه تنها در ایران، که در مطالعات بین‌المللی چون پیزا از اهداف اساسی است. بنابراین شرکت دانش‌آموزان ایرانی در این مطالعه می‌تواند میزان دستیابی نظام آموزشی کشور به هدف مذکور را معین سازد. اما ایران تاکنون در این مطالعه شرکت نکرده است تا عملکرد دانش‌آموزان ایرانی در چنین آزمونی سنجیده شود. با این حال پیش‌بینیها حاکی از آن است که در صورت شرکت دانش‌آموزان ایران در آزمون پیزا عملکرد مطلوبی نخواهند داشت (رفیع‌پور، ۱۳۸۹). چهار دلیل پیشنهاد شده برای چرایی این پیش‌بینی ۱- حل مسائل کلیشه‌ای، ۲- تأثیر ارزشیابیهای بیرونی و امتحانات نهایی، ۳- دانش معلمان ریاضی و ۴- کتابهای درسی ریاضی هستند (رفیع‌پور و گویا، ۱۳۸۹).

هدف این پژوهش بررسی مسائل، تمرینها و فعالیتهای کتاب درسی ریاضی پایه نهم چاپ سال ۱۳۹۵ و میزان تطابق آن با مسائل منتشر شده پیزا است. از آنجا که هندسه یکی از بخشهای مهم

ریاضیات و یکی از دسته‌های محتوایی طرح سؤالات در آزمون مطالعه پیزا است و قابلیت خوبی برای طرح سؤالات زمینه‌مدار دارد، فصلهای سوم و هشتم از کتاب درسی پایه نهم چاپ سال ۱۳۹۵ انتخاب و مسائل ارائه شده در این دو فصل با مسائل منتشر شده پیزا مقایسه شد. شایان ذکر است که به دلیل محدودیت در حجم مقاله حاضر تمرکز نگارندگان بر فصل سوم بوده است.

داده‌های جدول ۷ نشان از آن داشت که از مجموع مسائل مطرح شده در این دو بخش، ده درصد مربوط به مسائل دنیای واقعی است. در فصل سوم مسائل زمینه‌مدار مطرح شده شباهت بسیار به مسائل منتشر شده پیزا دارند که دو نمونه از این مسائل تحت عناوین خرید آپارتمان (PM00FQ01 – 019) و نشت نفت (PM00RQ01 – 019) ارائه شد. اما نکته شایان توجه این است که بخشی قابل توجه از این مسائل یا حل شده‌اند یا به شکل صورت‌بندی شده در اختیار دانش‌آموز قرار گرفته‌اند و پس از حل مسئله نیز دانش‌آموز نیازی به تفسیر پاسخ و ترجمه آن به دنیای واقعی احساس نمی‌کند. بنابراین از چرخه مدلسازی تنها فرایند به‌کارگیری از سوی دانش‌آموز اجرا می‌شود که عملاً تفاوتی با حل سایر مسائل انتزاعی کتابهای پیشین ندارد. ارائه پاسخ و راهنمایی‌هایی که برای حل در تعدادی از مسائل کتاب درسی ریاضی پایه نهم وجود دارد عملاً مسائل را از دنیای واقعی به دنیای ریاضی انتقال می‌دهد و فرصت تفکر، خلاقیت و کشف راه‌حل را از دانش‌آموز می‌گیرد. شاید بتوان ادعا کرد که وجود چنین مسائلی تنها در پاسخ به این پرسش تکراری دانش‌آموزان مبنی بر سودمندی ریاضیات در دنیای واقعی به معلمان در کلاس درس کمک کند، اما عملاً نمی‌تواند سواد ریاضی دانش‌آموزان را بهبود بخشد.

کتاب ریاضی پایه نهم را می‌توان کتابی دانست که امر آموزش را بر اساس رویکرد آموزش با حل مسئله به پیش می‌برد و می‌توان ادعا کرد که برای یادگیری مفاهیم هندسی در این کتاب، دانش‌آموز نقشی فعال دارد. هر بخش با فعالیت آغاز می‌شود و بسیاری از روابط و تعاریف با فعالیت به دانش‌آموز ارائه می‌شود. اما این کتاب به نوعی تألیف نشده است که دانش‌آموز را به مسیری رهنمون باشد که در پایانش در حل مسائل دنیای واقعی کامیاب شود. مسائل زمینه‌مدار در این کتاب، هر چند با درصدی ناچیز، ارائه شده است، اما در همین درصد اندک نیز مجال صورت‌بندی و تفسیر به دانش‌آموز داده نمی‌شود. در درس سوم از فصل هشتم با عنوان حجم و مساحت با اینکه قابلیت بسیاری برای طرح مسائل دنیای واقعی وجود دارد و با توجه به این که در مسائل منتشر شده پیزا در بخش فضا و شکل که عمده محتوای آن مربوط به هندسه است مسائل

بسیار مربوط به سطح و حجم وجود دارد، اما در کتاب درسی ریاضی پایه نهم هیچ مسئله زمینه‌مداری در زمینه هندسه و درس حجم و مساحت مطرح نمی‌شود.

نتایج این پژوهش می‌تواند به مؤلفان کتاب درسی در رفع کاستیهای کتاب موجود و بهبود آن در جهت دستیابی به اهداف تعیین شده در اسناد بالادستی نظام آموزشی جمهوری اسلامی ایران کمک کند. در پایان با توجه به گستردگی و اهمیت موضوع، برخی پیشنهادها برای تحقیقات بعدی می‌تواند شامل ۱- بررسی و مقایسه سایر بخشهای کتاب درسی ریاضی پایه نهم با مسائل منتشر شده پیزا و ۲- طراحی و برگزاری آزمون مشابه با آزمون سواد ریاضی پیزا و نحوه عملکرد دانش‌آموزان در آن آزمون، باشد.

## منابع

- بربری، محمدجواد؛ راغفر، حسین؛ کلاتری، عبدالحسین و غفاری، غلامرضا. (۱۳۹۶). بررسی تطبیقی تأثیر توسعه آموزشی بر توسعه ایران و کشورهای منتخب. پژوهش در نظام‌های آموزشی، ۱۱ (۳۸)، ۱۰۳-۱۳۶.
- دیرخانه شورای عالی آموزش و پرورش. (۱۳۹۰). سند تحول بنیادین آموزش و پرورش، (سند مشهد مقدس). تهران: وزارت آموزش و پرورش با همکاری شورای عالی انقلاب فرهنگی.
- \_\_\_\_\_ . (۱۳۹۱). برنامه درسی ملی جمهوری اسلامی ایران، مصوبه اسفند ۱۳۹۱. تهران: شورای عالی آموزش و پرورش با همکاری سازمان پژوهش و برنامه ریزی آموزشی.
- رفیع‌پور گتایی، ابوالفضل. (۱۳۸۹). طراحی چارچوبی برای ایجاد تعادل در برنامه درسی ریاضی متوسطه در ایران. رساله دکتری آموزش ریاضی، دانشگاه شهید بهشتی، چاپ نشده.
- رفیع‌پور گتایی، ابوالفضل و گویا، زهرا. (۱۳۸۹). ضرورت و جهت تغییرات در برنامه درسی ریاضی مدرسه‌ای در ایران از دیدگاه معلمان. فصلنامه نوآوری‌های آموزشی، ۹ (۳۳)، ۹۱-۱۲۰.
- سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی. (۱۳۹۵). ریاضی پایه نهم دوره اول متوسطه، ویراسته سید اکبر میرجعفری. تهران: شرکت چاپ و نشر کتاب‌های درسی ایران.
- شایان، مریم؛ یافتیان، نرگس و ابراهیمی‌علویچه، محمد. (۱۳۹۵). ارزیابی عملکرد معلمان ریاضی متوسطه اول در آزمون سواد ریاضی. چهاردهمین کنفرانس آموزش ریاضی ایران، شیراز، شهریور ماه ۱۳۹۵.
- عبداله‌پور، کاظم و رفیع‌پور، ابوالفضل. (۱۳۹۶). پدیدارشناسی چرخه مدل‌سازی دانش‌آموزان پایه نهم در حل مسئله اویل. نشریه علمی-پژوهشی فناوری آموزش، ۱۱ (۳)، ۲۴۸-۲۳۷.
- کرپندورف، کلوس. (۱۹۸۰). تحلیل محتوا: مبانی روش‌شناسی (چاپ سوم)، ترجمه هوشنگ نایی (۱۳۸۶). تهران: نشر نی.
- گویا، زهرا. (۱۳۷۵). روند تغییر محتوای برنامه درسی ریاضی مدرسه‌ای. رشد آموزش ریاضی، ۱۲ (۴۶)، ۸-۱۲.
- \_\_\_\_\_ . (۱۳۸۹). سنت آموزش ریاضی در دوران طلایی ایرانی/اسلامی: تمثیلی برای جهانی شدن و بومی ماندن. فصلنامه مطالعات برنامه درسی ایران، ۵ (۱۷)، ۱۱۵-۱۲۸.
- \_\_\_\_\_ . (۱۳۹۰). سیر تحول و شکل‌گیری برنامه‌های درسی ریاضی مدرسه‌ای در ایران. رشد آموزش ریاضی، ۲۸ (۴)، ۴-۱۲.
- محسن‌پور، مریم؛ گویا، زهرا؛ شکوهی‌یکتا، محسن؛ کیامنش، علیرضا و بازرگان، عباس. (۱۳۹۳). طراحی و ساخت آزمونی برای صلاحیت‌های شناختی سواد ریاضی دانش‌آموزان ایرانی بر مبنای مطالعات پیزا. دو فصلنامه نظریه و عمل در برنامه درسی، ۲ (۴)، ۵-۳۴.
- میزگرد هیئت تحریریه مجله رشد آموزش ریاضی. (۱۳۷۵). مجله رشد آموزش ریاضی، ۱۲ (۴۶)، ۱۸-۲۳.
- De Lange, J. (2006). Mathematical literacy for living from OECD-PISA perspective. *Sukuba Journal of International Study in Mathematics*, 25, 13-35.
- National Council of Teachers of Mathematics. Commission on Standards for School Mathematics. (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston, Va.: NCTM.

- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (Ed.). (2000). *Principles and standards for school mathematics (Vol. 1)*. Reston, Va.: NCTM.
- Ojose, B. (2011). Mathematics literacy: Are we able to put the mathematics we learn into everyday use. *Journal of Mathematics Education*, 4(1), 89-100.
- Organization for Economic Co-operation and Development (OECD). (2013). *PISA 2012 released mathematics items*. <http://www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisa2012-2006-rel-items-maths-ENG.pdf>. Accessed 8 Oct 2013.
- \_\_\_\_\_. (2016). *PISA 2015 Assessment and Analytical Framework: Science, Reading, Mathematics and Financial Literacy*. Paris: OECD Publishing.
- \_\_\_\_\_. (2017). *PISA 2015 Assessment and Analytical Framework: Science, Reading, Mathematics, Financial Literacy and Collaborative Problem Solving*. Paris: OECD Publishing. <http://dx.doi.org/10.1787/9789264281820-en>
- Özkan, Y. Ö., & Özaslan, N. (2018). Student achievement in Turkey, according to question types used in PISA 2003-2012 mathematics literacy tests. *International Journal of Evaluation and Research in Education (IJERE)*, 7(1), 57-64.
- Sari, Y. M., & Valentino, E. (2017). An analysis of students error in solving PISA 2012 and its Scaffolding. *Journal of Research and Advances in Mathematics Education (JRAMathEdu)*, 1(2), 90-98.
- Stacey, K. (2015). The international assessment of mathematical literacy: PISA 2012 framework and items. In *Selected regular lectures from the 12<sup>th</sup> International Congress on Mathematical Education* (pp. 771-790). Springer International Publishing.